



TITLE:

乱流混合と雲マイクロ物理過程 (乱流の普遍性と個別性:流体乱流を通して宇宙を見る)

AUTHOR(S):

小崎, 友裕; 鈴木, 祐有紀; 渡邊, 威; 後藤, 俊幸

---

CITATION:

小崎, 友裕 ...[et al]. 乱流混合と雲マイクロ物理過程 (乱流の普遍性と個別性:流体乱流を通して宇宙を見る). 数理解析研究所講究録 2013, 1822: 69-75

ISSUE DATE:

2013-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/194697>

RIGHT:

## 乱流混合と雲マイクロ物理過程

名古屋工業大学大学院創成シミュレーション工学専攻

小崎友裕 (Tomohiro KOZAKI)

鈴木祐有紀 (Yuki SUZUKI)

渡邊威 (Takeshi WATANABE)

後藤俊幸 (Toshiyuki GOTOH)

Nagoya Institute of Technology

### 1 はじめに

雲は地球温暖化や気候変動の問題を考える上で極めて重要な要素であり、かつ多くの謎に包まれている。雲の分布によって地球のアルベドが変化し、地球の熱収支に大きな影響を与えるため、雲物理の解明と予測は地球環境問題におけるグランドチャレンジ的な問題である。雲中を航空機が通過する際に大きく揺れることから分かるように、雲中には乱流が存在し、これが雲粒子の衝突、合体、成長、降水の促進などと深く関わっている。しかし、その重要さにも関わらず雲の発生、成長、移動、降水、消滅などや乱流との相互作用の理解が十分ではない。本研究においては、雲の成長過程における乱流混合と雲粒子の相互作用をはじめとする雲マイクロ物理過程の解明にむけての基礎計算技術を開発することを目的とする。もとより、すべてを解明することは大きな困難を伴うので、雲微物理と呼ばれる乱流による水蒸気混合、凝結、蒸発、雲粒子の集団運動までを視野に入れる。数  $10\text{cm}^3$  程度の領域を念頭におき、乱流状態にある空気塊がどのように雲粒子を形成するのか、空間分布などを大規模並列計算によって行う。乱流と雲粒子、雲粒子同士の相互作用、乾燥空気と湿潤空気の乱流混合を正しく解析するには、乱流の間欠性による高渦度の微細構造(約  $100\mu\text{m}$ )までを解析するオイラーの数値計算と、 $10^9$  個以上の数  $10\mu\text{m}$  の粒子運動を追跡するラグランジュの数値計算法が要求される。

### 2 基礎方程式

乱流場は非圧縮性 NS 式で記述されると仮定し、浮力効果はブジネスク近似により取り入れる。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} + B\mathbf{e}_z \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ 、 $P$ 、 $\mathbf{f}$  はそれぞれ時刻  $t$ 、位置  $\mathbf{x}$  での速度、圧力、外力を表し、 $\rho$ 、 $\nu$  はそれぞれ流体の密度、動粘性係数である。本研究では、3次元一様等方性乱流を

考え、外から人工的にエネルギーを注入する外力項  $f$  を付加することで定常乱流を実現する。また今回、簡単のため浮力  $B$  を無視するとする。また、温度場、水蒸気混合比場は、右辺に雲粒子からの作用を加えた移流拡散方程式で記述される。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = \kappa_T \nabla^2 T + \frac{L_v}{c_p} C_d, \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla q_v = \kappa_v \nabla^2 q_v - C_d \quad (3)$$

ここで、 $T$ 、 $C_d$  はそれぞれ時刻  $t$ 、位置  $\mathbf{x}$  での、雲表面の温度  $T_0$  からのゆらぎ、凝結項を表し、 $\kappa_T$ 、 $\kappa_v$ 、 $L_v$ 、 $c_p$  はそれぞれ熱拡散係数、拡散係数、潜熱、定圧比熱である。 $q_v$  は水蒸気混合比を表し、水蒸気の質量  $M_v$  と、乾燥空気の質量  $M_d$  を用いて

$$q_v = \frac{M_v}{M_d} \quad (4)$$

と表される。雲粒子に関する方程式は、重力、ストークス抵抗が働く方程式で記述される。

$$\frac{d\mathbf{X}_j}{dt} = \mathbf{V}_j, \quad (5)$$

$$\frac{d\mathbf{V}_j}{dt} = \frac{1}{\tau_p} \{ \mathbf{u}(\mathbf{X}_j, t) - \mathbf{V}_j - \tau_p \mathbf{g} \} \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{X}_j$  は時刻  $t$  における  $j$  番目の粒子の位置ベクトル、 $\mathbf{V}_j$  は粒子速度ベクトルを表し、 $\tau_p$ 、 $\mathbf{g}$  はそれぞれ緩和時間、重力加速度を表す。今回、緩和時間の粒子半径依存性は考慮しないとする。また、雲粒子の成長についての方程式は以下のように表される。

$$r(\mathbf{X}_j, t) \frac{dr(\mathbf{X}_j, t)}{dt} = KS(\mathbf{X}_j, t), \quad (7)$$

$$S = \frac{q_v}{q_{v8}} - 1, \quad (8)$$

$$C_d = \frac{4\pi\rho_l K}{\rho_0 \Delta_x^3} \sum_{j=1}^{\Delta} S(\mathbf{X}_j, t) r(\mathbf{X}_j, t) \quad (9)$$

$r$ 、 $S$  はそれぞれ、時刻  $t$ 、位置  $\mathbf{x}$  での粒子半径、過飽和度を表し、 $C_d$  は、湿潤空気に含まれる水の量を示す凝結項である。また、 $K$ 、 $q_{v8}$ 、 $\rho_0$ 、 $\rho_l$ 、 $\Delta_x$ 、 $\Delta$  はそれぞれ、拡散定数、飽和状態における飽和水蒸気混合比、乾燥空気密度、湿潤空気密度、グリッド格子幅、グリッド内の粒子個数を表す。

### 3 数値計算

乱流場、スカラー場に関しては、波数空間における方程式を時間積分し、時間発展には 4 次の Runge-Kutta-Gill 法を、空間には 2 次元分割 FFT を用いたスペク

トル法を用い、境界条件には全方向周期境界条件を用いる。また、雲粒子に関する方程式に関しては、実数空間において時間積分し、時間発展には4次のRunge-Kutta-Gill法を用いる。そして、粒子位置における乱流場の速度は、粒子の存在する周囲の格子点の8点と半格子ずらした点の5点を合わせた計13点の値を重み付けして計算する。各格子点上の凝結項 $C_d$ の値は、粒子の存在する周囲の格子点8点に重み付けして分配している。名古屋大学のスーパーコンピュータFX1を用いて、4ノード16プロセスで計算を行った。

本研究では、格子点数 $128^3$ 個で、低波数側にランダムな外力を励起させることで定常乱流場を形成した。その後、粒子の注入、スカラー場の初期設定を行い乱流場と同時計算した。地表温度は $6^\circ\text{C}$ 、高度1500mに存在する雲を想定する。計算領域は一辺の長さ $L=25.6\text{cm}$ の立方体とし、雲表面の温度 $T_0 = 270\text{K}$ 、 $q_v$ の最大値 $= 1.02q_{vs}$ 、 $q_v$ の最小値 $= 0.95q_{vs}$ と設定した。 $q_v > q_{vs}$ のとき、 $S$ は正となり、粒子は凝結して成長する。 $q_v < q_{vs}$ のとき、 $S$ は負となり、粒子は蒸発して小さくなる。初期状態において、 $-\frac{L}{2} \leq x < -\frac{L}{6}$ 、 $\frac{L}{6} < x \leq \frac{L}{2}$ に存在する粒子は蒸発し、 $-\frac{L}{6} < x < \frac{L}{6}$ に存在する粒子は凝結する。雲粒子は立方体の中心に位置する半径 $\frac{L}{6}$ の球に $10^4$ 個分布するとする。図1のように $q_v$ を与えた。また、蒸発して半径 $1\mu\text{m}$ 以下となった雲粒子は消滅するとする。

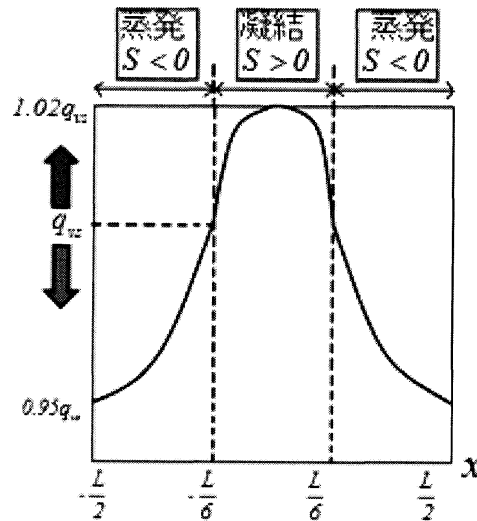


図1：水蒸気混合比のグラフ

## 4 計算結果

その計算パラメータと各種統計量の時間平均値 ( $10\text{s} \leq t \leq 20\text{s}$ ) を表1に示す。ストークス数 $St$ は緩和時間 $\tau_p$ を、乱流の最小スケールの運動を特徴づけるコルモ

ゴロフ時間  $\tau_k$  で規格化した値である。 $St$  は粒子の流れ場への追隨の度合いを示した無次元数であり、 $St \gg 1$  のときは粒子の運動が流れ場に追隨し、 $St \ll 1$  のときは粒子の運動が流れ場に依存しなくなる。次に、過飽和度の分布の時間変化を図 2 に示す。始めは過飽和度の値は全て正で 2 % の位置にピークを持っていたが、未飽和空気と混合されることによって未飽和状態となる確率を高くし、1s 後には -9 % 付近にまで分布を伸ばす。その後は一定値に収束し、5s 後には -5 % 付近に鋭いピークを持つようになる。結局、計算領域に含まれる雲粒子は、最終的には全体が一様な未飽和状態に落ち着くことになり、粒子半径は  $0\mu\text{m}$  に近づくことがわかる。次に、雲粒子半径の分布の時間変化を図 3 に示す。始めは分布形状はデルタ関数となっており、全ての粒子が過飽和空気中に存在するため半径は増大するが、3s 後には全ての粒子が  $0\mu\text{m}$  以下となっていることがわかる。その理由は乱流によって粒子が未飽和空気と混合されるからであり、少しずつ半径は減少していく。半径の小さい粒子ほど蒸発しやすいので、粒子半径が減少するスピードはわずかながら上昇する。そして 21s 後には、多くの粒子が  $1\mu\text{m}$  以下になり消滅していることがわかる。また、雲粒子の初期 ( $t = 0\text{s}$ ) とそれぞれ  $t = 0.4\text{s}$ 、 $0.8\text{s}$ 、 $1.2\text{s}$ 、 $2.0\text{s}$ 、 $4.0\text{s}$  における空間分布を図 4 に示す。 $t = 0\text{s}$  における黄色の粒子が半径  $10\mu\text{m}$  であることを示し、赤いほど  $10\mu\text{m}$  より大きく、青いほど  $10\mu\text{m}$  より小さい粒子であることを示している。時間経過とともに空間全体に分散していくが、重力による目立った沈降はない。また、時間発展の初期 ( $0\text{s} \leq t \leq 0.8\text{s}$ ) においては過飽和水蒸気の影響を受けて凝結する粒子 (赤色) が見られるが、 $0.8\text{s}$  後は蒸発し、粒子半径が減少に転ずる。 $2\text{s}$  後には一様に分布しているため、急速に混合されていることがわかる。 $4\text{s}$  後にはすべての粒子が  $10\mu\text{m}$  以下 (青色) である。 $22\text{s}$  後にはすべての粒子が  $1\mu\text{m}$  以下となり、消滅する結果が得られた。

表 1：計算パラメータと各種統計量の平均値

格子点数:	$N^3$	$128^3$	粒子数:	$N_p$	$10^4$
時間刻み幅:	$\Delta t$	$2.0 \times 10^{-3} \text{ s}$	初期粒子半径:	$a$	$10 \mu\text{m}$
乱流 Reynolds 数:	$R_\tau$	135	緩和時間:	$\tau_p$	$1.4 \times 10^{-3} \text{ s}$
力を入れる波数領域		$1 \leq k \leq 2$	Kolmogorov 時間:	$\tau_K$	$6.5 \times 10^{-2} \text{ s}$
			ストークス数:	$S_t \equiv \tau_p / \tau_K$	$2.2 \times 10^{-2}$
Taylor micro scale Re 数:	$R_\lambda$	54	Taylor micro scale:	$\lambda$	1.2 cm
解像度条件:	$k_{\max} \eta$	2.5	積分長:	$L$	2.7 cm
運動エネルギー:	$E$	$67 \text{ cm}^2 / \text{s}^2$	Kolmogorov 長:	$\eta$	$8.4 \times 10^{-2} \text{ cm}$
エネルギー散逸率:	$\varepsilon$	$64 \text{ cm}^2 / \text{s}^3$	Root mean squared velocity:	$u_{\text{rms}}$	6.6 cm/s
ひずみ度:	$-S$	0.53	渦回転時間:	$T_{\text{eddy}}$	0.40 s

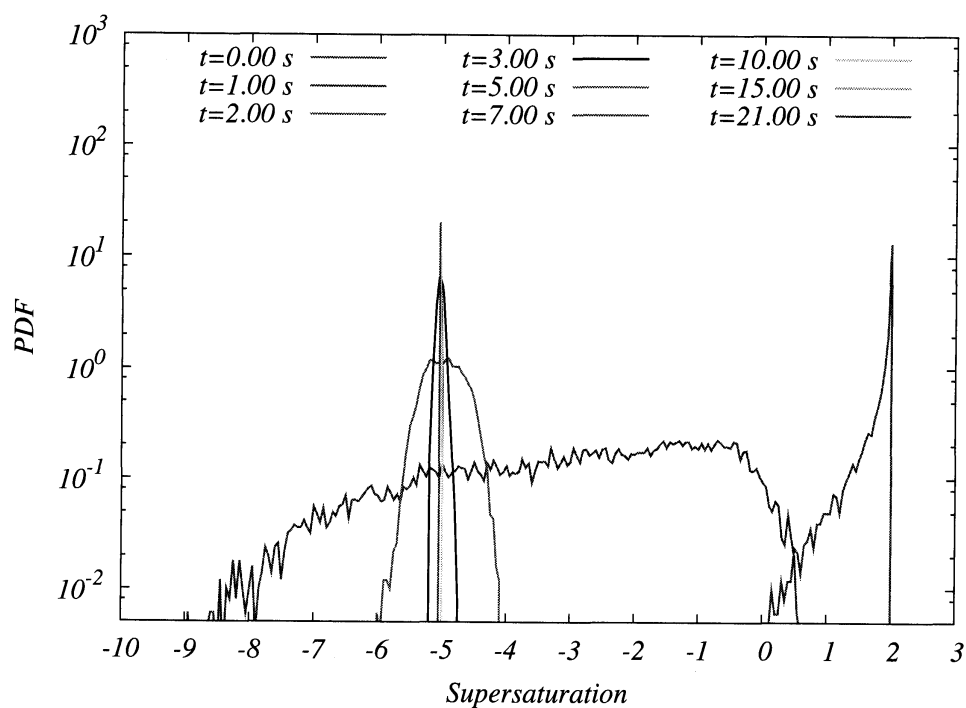


図2：過飽和度の分布の時間変化

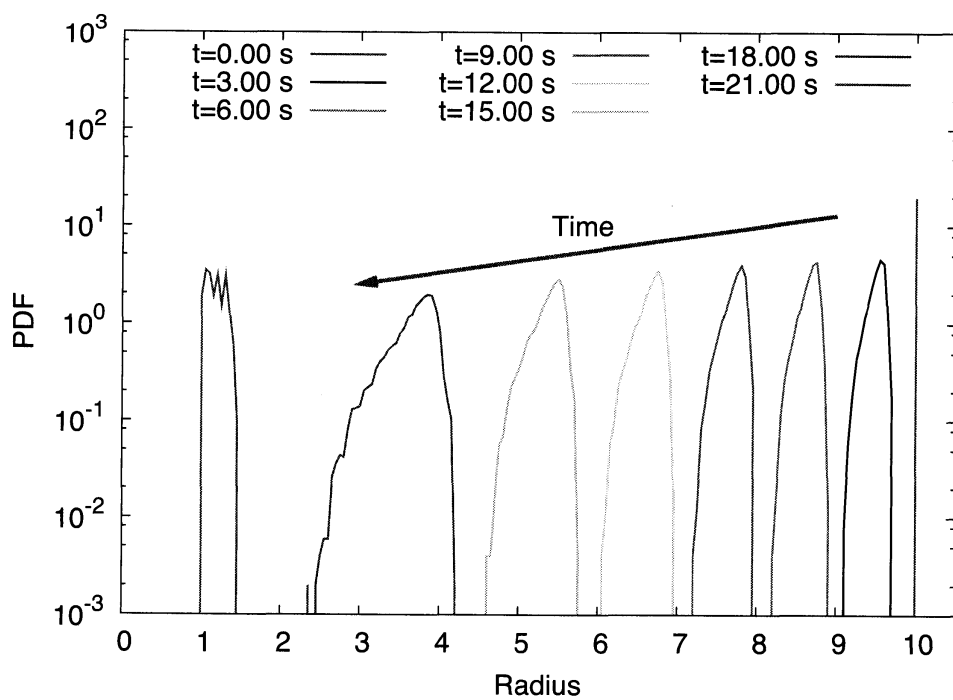


図3：雲粒子半径の分布の時間変化

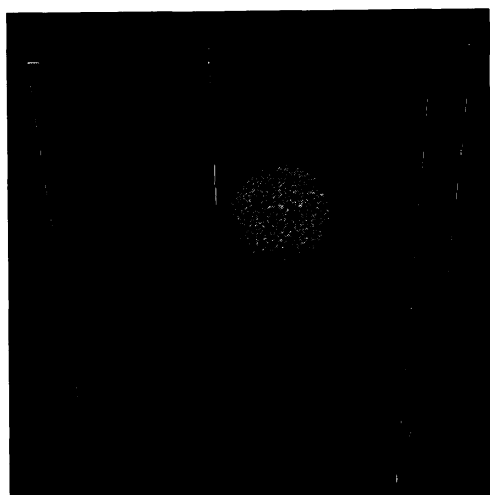
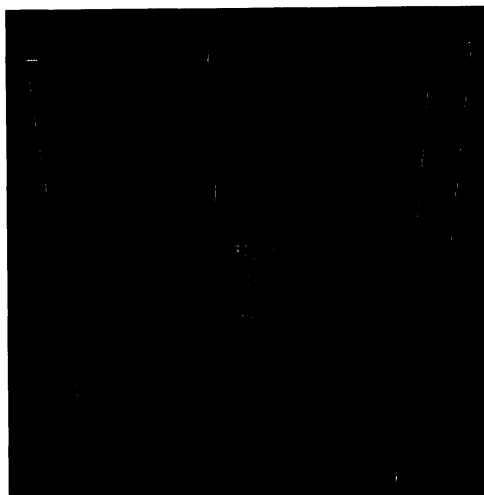
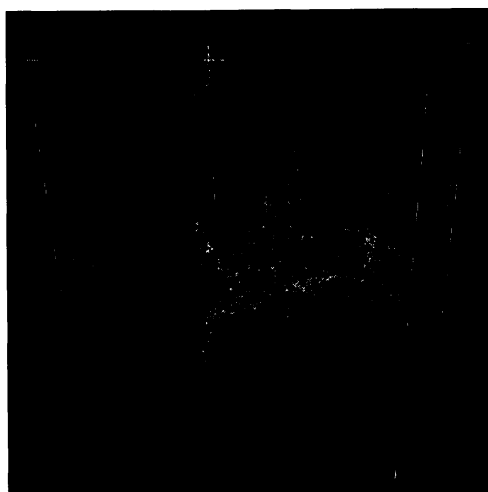
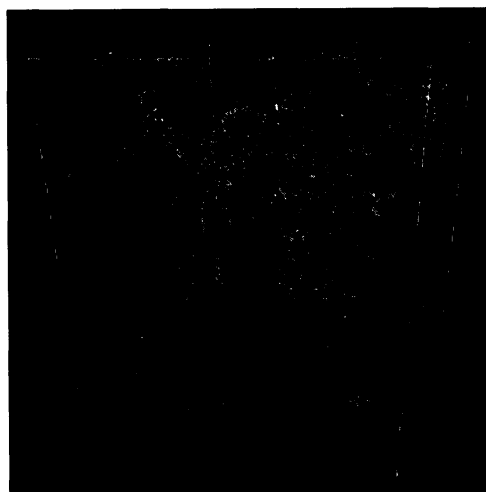
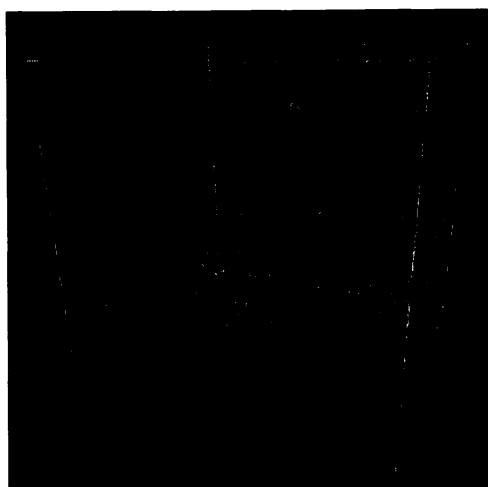
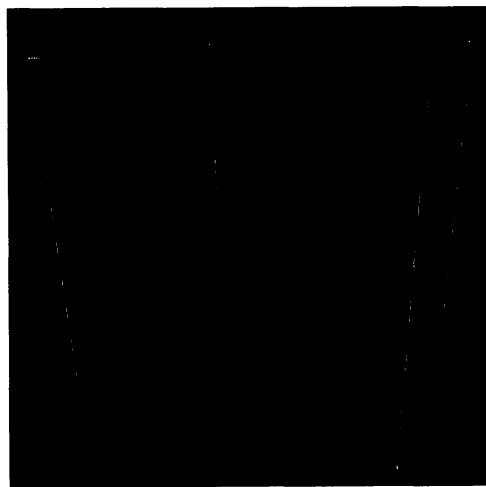
(a)  $t = 0s$ (b)  $t = 0.4s$ (c)  $t = 0.8s$ (d)  $t = 1.2s$ (e)  $t = 2.0s$ (f)  $t = 4.0s$ 

図4：雲粒子の空間分布

## 5 まとめ

乱流や温度、浮力、水蒸気混合比、粒子による作用など基本的な物理過程を含んだ数値解析を行うプログラムを開発し、解析を行った。今回行った計算では、急速に乱流と雲粒子が混合し合い、粒子周りの未飽和空気と結びつくことによって粒子半径が減少し、最終的に蒸発へ向かう結果を得た。雲粒子半径は時間経過に伴い、周りの空気の状態が変化するために雲粒子半径の分布は非対称となり、裾野を広げていく。本研究では粒子半径が小さかったため、重力の影響はあまり見られなかった。実際の雲との比較を行える段階にはないが、妥当な計算結果を得ることができ、雲粒子追跡、半径変化、水蒸気混合比方程式と雲粒子との結合についての基本コードはほぼ完成したと考えている。今後は、

- (1) 雲粒子と浮力との結合
- (2) 雲粒子の緩和時間の半径依存性を取り込むこと
- (3) 雲粒子の計算部分の計算速度の向上
- (4) 凝結による雲粒子発生の機構への取り組み

を行い、より現実に近い雲物理モデル構築を行う予定である。

## 参考文献

- (1) 後藤 俊幸、"乱流理論の基礎"、朝倉書店 (2000)
- (2) 水野 量、"雲と雨の気象学"、朝倉書店 (2000)
- (3) Bipin Kumar, Jorg Schumacher, Raymond A. Shaw Cloud microphysical effects of turbulent mixing and entrainment Theor. Comp. Fluid Dyn. (to appear) 2012